مبحث مثلثات پایه

استاد شاکریان

من برای موفقیت به دنیا آمده ام

نکته1: $\begin{cases}\pi \\ 2\pi\end{cases} \pm \alpha \rightarrow$ ناحیه $\rightarrow$ علامت $\pm$ $\rightarrow$ حذف بقیه ، α نگه داشتن

نکته2: $\begin{cases}\frac{\pi}{2} \\ \frac{3\pi}{2}\end{cases} \pm \alpha \rightarrow$ ناحیه $\rightarrow$ علامت $\pm$ $\rightarrow$ حذف $\rightarrow$ عوض کردن نسبت

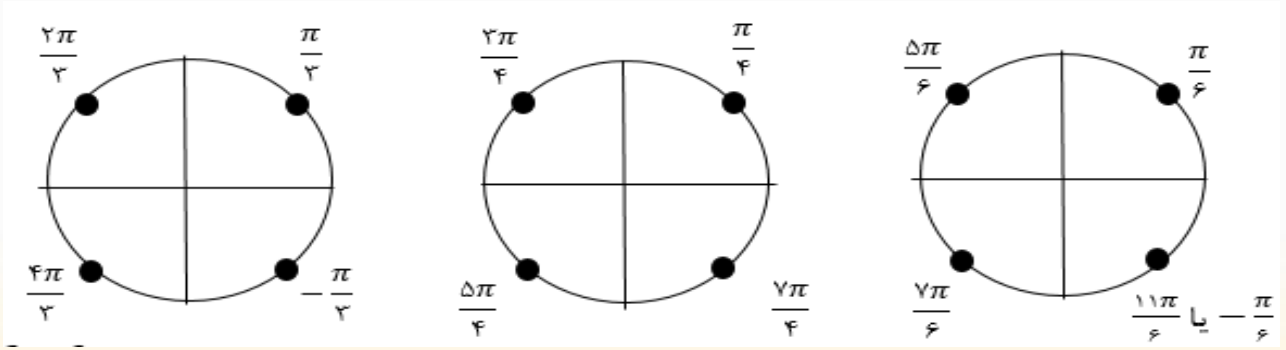
نکته۳: اگر α به $\frac{\pi}{2} - \alpha$ تبدیل شود نسبت عوض می شود.

نکته۴: اگر جمع دو زاویه $\pi = 180$ شود ، سینوس ها برابر و بقیه ی نسبت ها قرینه است.

مثال:
$$\begin{cases} \cos\frac{7\pi}{10} + \cos\frac{3\pi}{10} = x + (-x) = 0 \\ \frac{\sin\frac{21\pi}{30}}{\sin\frac{9\pi}{30}} = \frac{x}{x} = 1 \end{cases}$$

نکته ۵ : COS تابعی منفی خور است و بقیه منفی را عبور می دهند.

نکته۶: $m-1$, $m+1$, $2m-1$



نکته۷: اگر زاویه بزرگ باشد ← $2\pi, 4\pi, 6\pi, \ldots$ حذف کنید

$360, 720, 1080, \ldots$ حذف کنید

1) $a\ \sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=-\boldsymbol{sin}\frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{6}}=-\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}}$

2) $\cos\left(2\pi-\frac{\pi}{3}\right)=+\boldsymbol{cos}\frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{3}}=\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}}$

3) $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)=+\boldsymbol{cos}\frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{6}}=\frac{\boldsymbol{\sqrt{3}}}{\boldsymbol{2}}$

4) $\cot\left(\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)=\boldsymbol{tan}\left(\frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{3}}\right)=\boldsymbol{\sqrt{3}}$

5) $\frac{sin\,10}{cos\,80}+\frac{sin\frac{3\pi}{8}}{sin\frac{5\pi}{8}}+cos\frac{\pi}{10}+cos\frac{9\pi}{10}=\frac{\sin 10}{\sin 10}+\frac{a}{a}+\left(b+(-b)\right)=1+1+0=0$

$$6)\ \sin(-60)+\cos(-45)=-\boldsymbol{\sin 60+\cos 45}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$$

$$7)\ \sin\left(\frac{\pi}{3}-\pi\right)=\sin\left(-\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)\right)=-\boldsymbol{\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)}=-(+\boldsymbol{\sin\frac{\pi}{3}})=\frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$8)\ \sin\frac{5\pi}{4}+\cos\frac{11\pi}{6}=-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$$

$$9)\ \sin\frac{29\pi}{3}+tg(930)=\sin\left(10\pi-\frac{\pi}{3}\right)+\tan(720+210)=\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)+\tan 210=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{-\sqrt{3}}{6}$$

۱۰- حاصل عبارت $\sin\frac{17\pi}{3}\cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right)+\tan\left(\frac{19\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right)$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۸)

1) $-\frac{1}{4}$ 2) $-\frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{4}$ 4) $\frac{1}{2}$

$\frac{18\pi-\pi}{3}=6\pi-\frac{\pi}{3}$ $\quad \frac{12\pi+5\pi}{6}$ $\quad \frac{16\pi+3\pi}{4}$

$\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

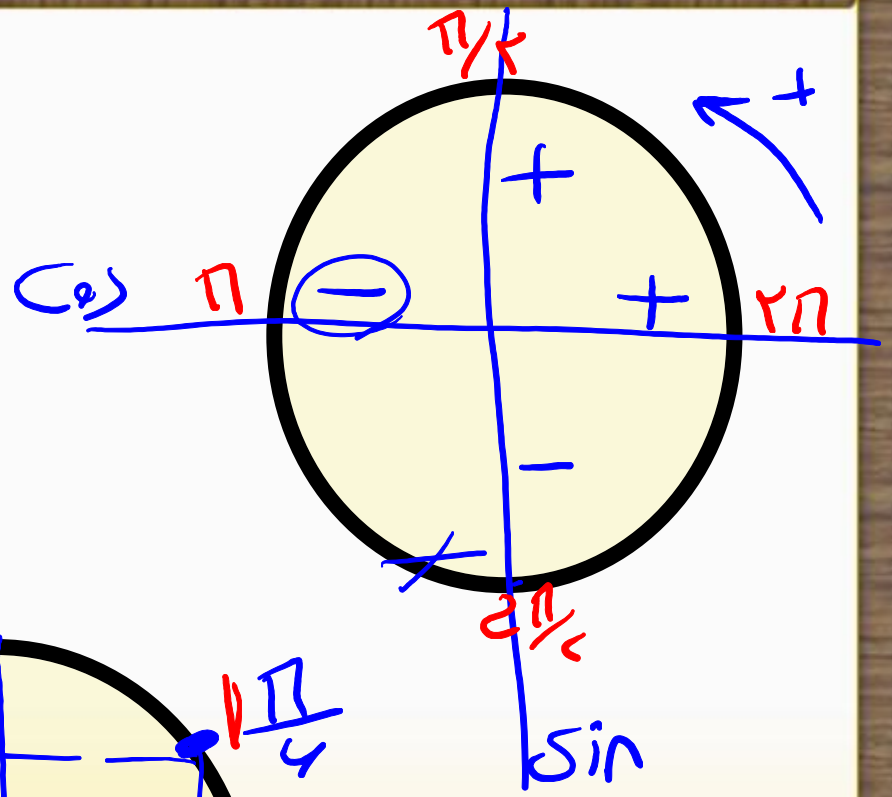
$\cos\frac{5\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$tg\frac{3\pi}{4}=-1$

$-\sin\frac{11\pi}{6}=-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$

جواب $=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

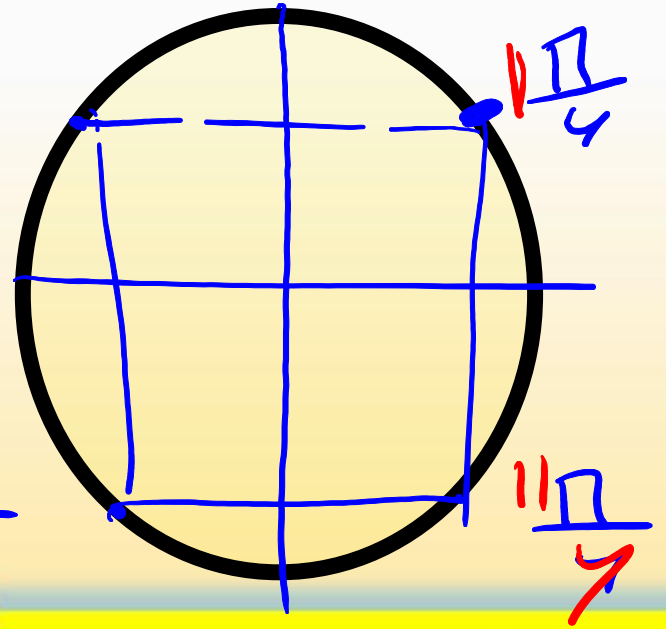
⑤ cos منفی خوره



$\cos(-\frac{\pi}{3}) = \cos\frac{\pi}{3}$

$\tan(-\frac{5\pi}{4}) = -\tan\frac{5\pi}{4}$

$2m-1,\ m+1,\ m-1,\ 1$



$\sin\frac{5\pi}{6} + \cos\frac{4\pi}{3} + \tan\frac{11\pi}{6}$

$+\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{\sqrt{3}}$

دپارتمان تخصصی ریاضی تجربی شاکریان
سبق
telegram.me/sebghatebartar

من به شانس اعتقاد دارم! چون
هروقت بیشتر تلاش می کنم،
بیشتر شانس می آورم.
www.sebghatebartar.com

۱۱- اگر $\tan 15 = 0/28$ حاصل عبارت $\frac{\cos 285 + \sin(-255)}{\sin 525 - \sin 105}$ کدام است؟(س۹۴)

۱) $\frac{16}{9}$ ۲) $\frac{9}{16}$ ۳) $-\frac{9}{16}$ ۴) $-\frac{16}{9}$

① $(\pi \pm) \alpha$ حذف

② $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \pm) \alpha$ حذف عوض

③ اگر جمع ۹۰ شد، نسبت باید عوض شد.

$\cos 70 = \sin 20$

$\operatorname{tg} x = \cot 5x$

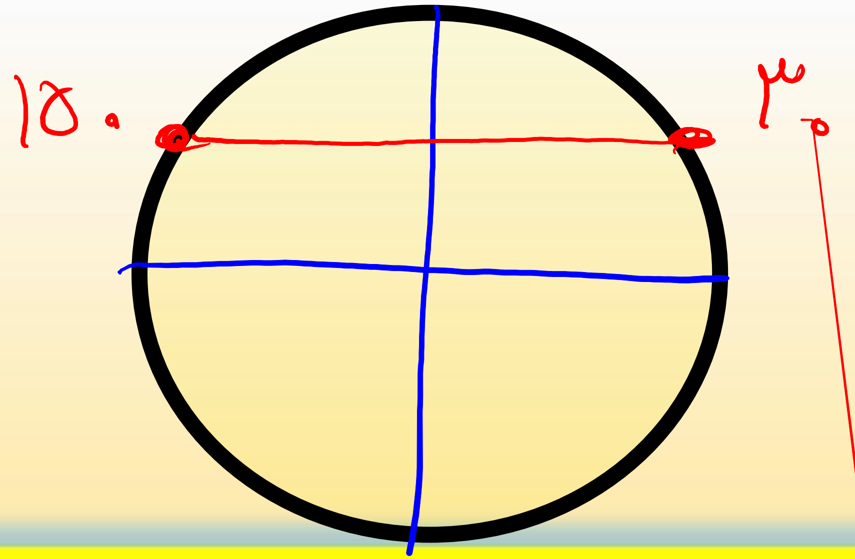
دست نزن — عوض

$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} - 5x)$

sin ها برابر ← a , a

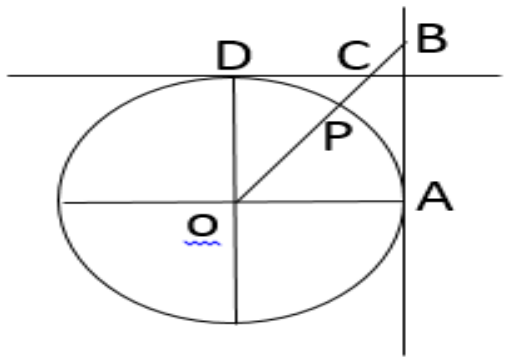
بقیه ← قرینه .

مکمل



نکتــه: اگر نقطه P را روی دایره در نظر بگیریم طول نقطه همان $\cos \alpha$ و عرض نقطه همان $\sin \alpha$ است. محور $\cot \alpha , tg \alpha$ هم به صورت زیر است.

$$AB = tg\ \alpha$$
$$CD = cot\ \alpha$$



$$\cos \frac{11\pi}{3} = +\frac{1}{2}$$

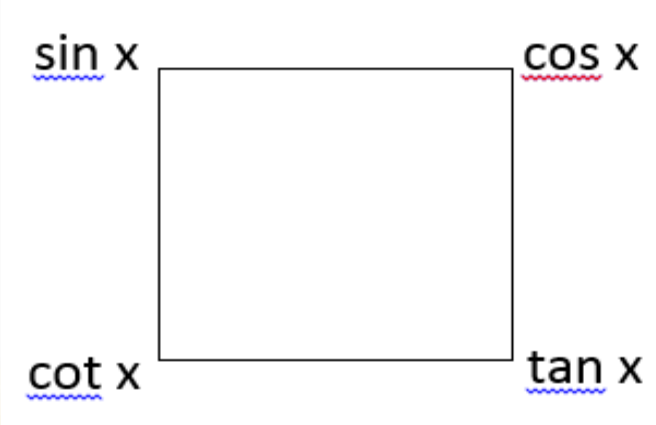
نکتــه: رابطه بین نسبت های فوق در صورتی که **هم زاویه** باشند به صورت زیر است:

$$1)\ sin^2x + cos^2x = 1$$

$$2)\ 1 + tg^2x = \frac{1}{cos^2x}$$

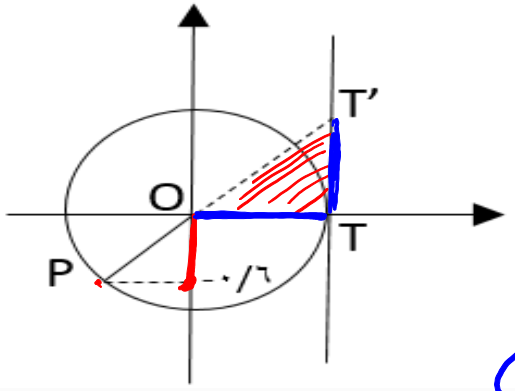
$$3.)\ tg\ x = \frac{1}{cot\ x}$$

$$4.)\ 1 + cot^2x = \frac{1}{sin^2x}$$

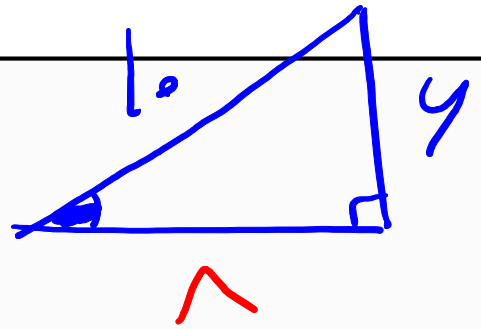


۱۷) در شکل مقابل عرض نقطه P که روی دایره مثلثاتی واقع است برابر (۰/۶-) است مساحت مثلث OTT' کدام است؟

۱) $\frac{3}{8}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{4}{3}$



$\sin\alpha = -\frac{6}{10}$

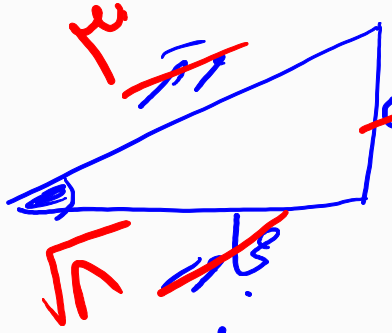


$\cos\alpha = -\frac{8}{10}$

$\tan\alpha = +\frac{6}{8}$

$S_{OTT'} = \frac{(\tan\alpha)(1)}{2} = \frac{\frac{6}{8}\times 1}{2} = \frac{3}{8}$

مثلث جادوئی



$\sin x = \frac{+1}{3}$

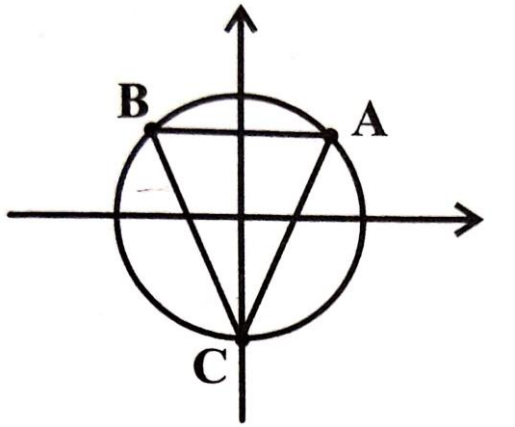
ناحیه ۲ $\leftarrow$ $-$

$\cot x = -\sqrt{8}$

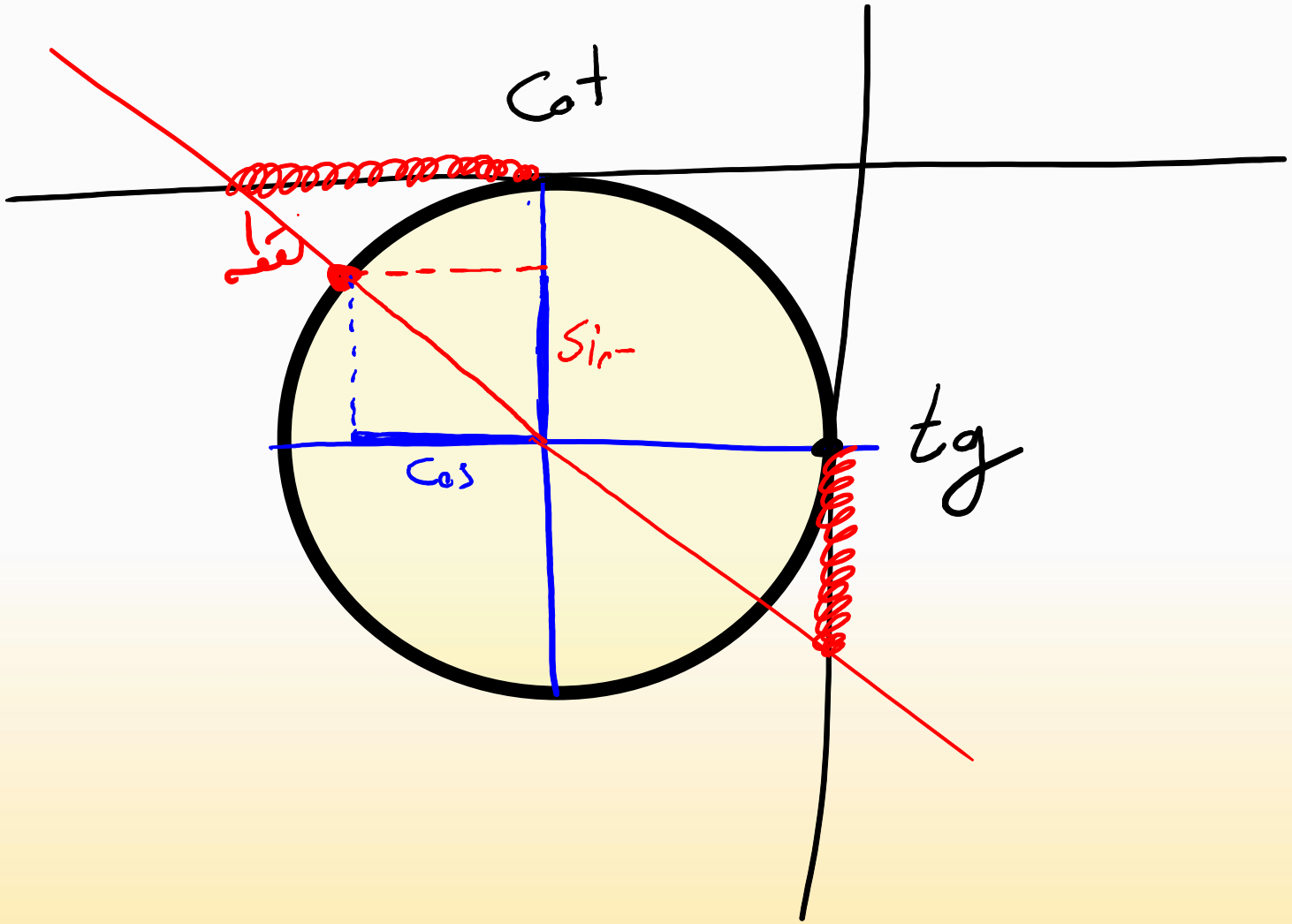
$\cos x = -\frac{\sqrt{8}}{3}$

$\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{8}}$

۱۸-در دایره مثلثاتی شکل زیر،اگر A,B,C به ترتیب نقاط انتهایی کمان هایی 45°، 135°، 270° باشند،مساحت مثلث **ABC** کدام است؟



1) $\sqrt{2}$
2) $\frac{1+2\sqrt{2}}{4}$
3) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$
4) $2\sqrt{2}$


cot
tg
sin
cos

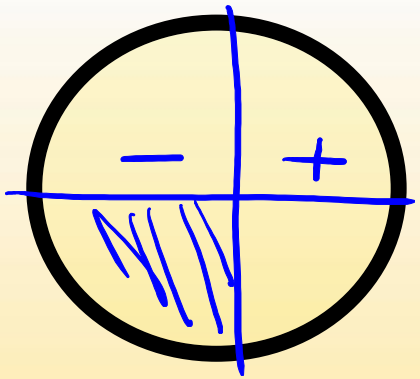
۱۹- اگر $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ حاصل $\sqrt{1+\tan^2 x}\left(2\sin^2\frac{\pi}{4}-\sin^2 x\right)$ کدام است؟

(سراسری تجربی ۹۸)

1) $\sin x$ 2) $\cos x$ 3) $-\sin x$ 4) $-\cos x$

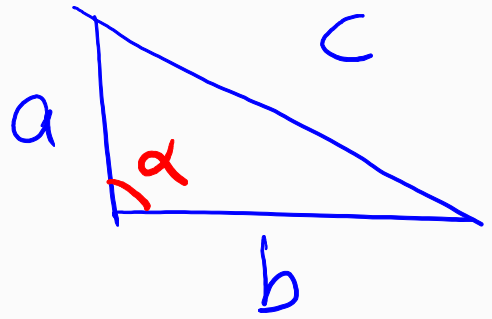
$$\frac{1}{|\cos x|}\left(1-\sin^2 x\right)=\frac{1}{|\cos x|}\cos^2 x=\frac{1}{-\cos x}\cos^2 x$$

$$=-\cos x$$

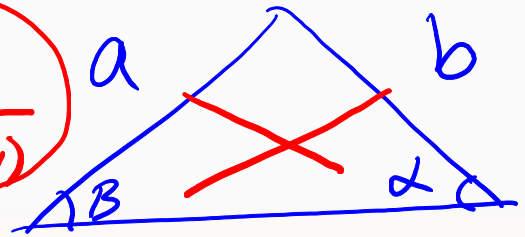


ضلع سوم $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$

مساحت مثلث $S = \frac{ab}{2}\sin\alpha$



روابط ضربدری $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{\text{هر ضلع}}{\sin(\text{روبرو})}$

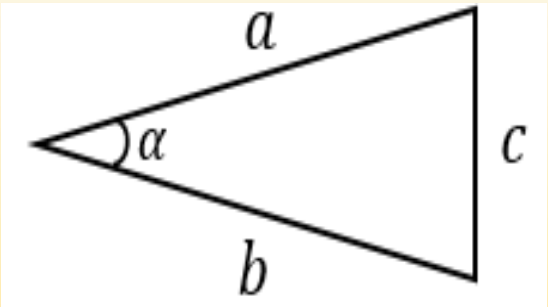


در یک مثلث اگر ۲ ضلع و زاویه بین آنها را داشته باشیم:

نکته ۱: یافتن ضلع سوم

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$$

نکته ۲: یافتن مساحت مثلث

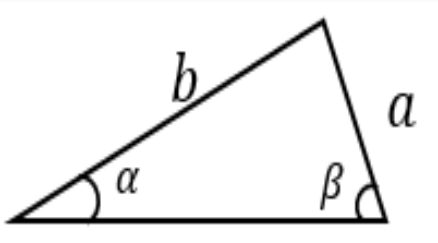


$$s = \frac{1}{2}ab\sin(\text{زاویه بین})$$

اگر در زندگی چیزی می‌خواهی که هیچوقت نداشتی
باید کاری انجام دهی که هیچ وقت انجام ندادی

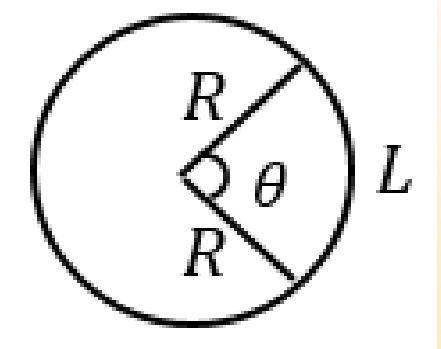
نکتـــه ۳: اگر در یک مثلث ۲ زاویه و ۲ ضلع روبروی زاویه ها را داشته باشیم:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{\text{هر ضلعی}}{\text{سینوس زاویه روبرویش}}$$



نکتـــه ۴: اگر روی محیط دایره ای به شعاع R به اندازه زاویه θ رادیان بچرخیم مسافت پیموده شده روی دایره (همان طول کمان) برابر است با

$$\underbrace{L}_{\text{مسافت}} = \underbrace{R}_{\text{شعاع}} . \underbrace{\theta}_{\text{زاویه بر حسب رادیان}}$$



۱ رادیان برابر است با اندازه زاویه مرکزی دایره ای که طول کمان روبه روی آن با شعاع آن دایره مساوی است و داریم:

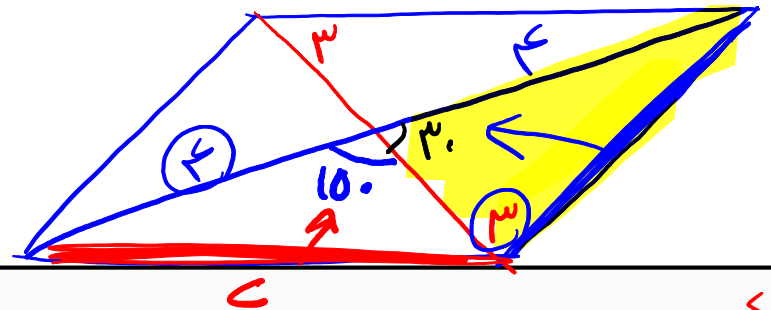
$$1Rad = 57^{\circ}$$

نکته ۵ : تبدیل رادیان به درجه:

$$\frac{\text{رادیان}}{\pi} = \frac{\text{درجه}}{180}$$

۲۶) در متوازی الاضلاعی، اندازه قطرها **۶** و **۸** و زاویه بین آنها **۳۰** درجه است مطلوبست:

الف: اندازه ضلع بزرگتر



ب: مساحت متوازی الاضلاع

$S_{\text{متوازی}} = 4S_1 = 4\dfrac{(4)(3)}{2} \xrightarrow{\sin 150^\circ = \sin(30^\circ)} = 12$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$

$c^2 = 4^2 + 3^2 - 2(4)(3)\cos 150^\circ = 25 - 24\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = 25 + 12\sqrt{3}$ (منفی)

$c = \sqrt{25 + 12\sqrt{3}}$

بهترین راه به دست آوردن **اعتماد به نفس**، انجام کارهایی است که

از آنها می ترسیم

www.sebghatebartar.com

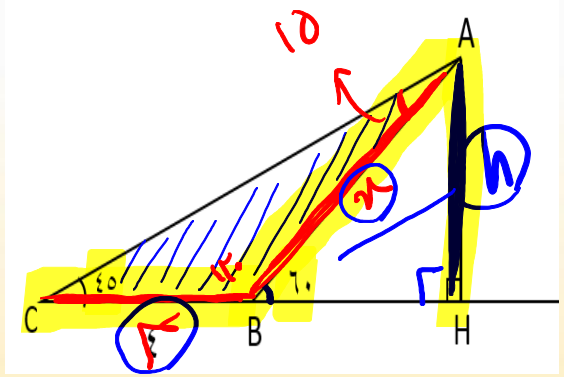
۲۷) پرنده ای از نقطه B تحت زاویه ۶۰ درجه نسبت به سطح زمین و پرنده دیگر از نقطه C تحت زاویه ۴۵ درجه نسبت به سطح زمین به طور مایل و بر روی یک خط راست پرواز می کنند،اگر فاصله ۲ پرنده ۴ متر باشد مطلوبست:

الف) مسافتی که پرنده اول برای رسیدن به نوک درخت طی می کند ، چقدر است؟ $(\sin 15 = 0/25)$

ب) ارتفاع درخت چقدر است؟

$$\frac{x}{\sin 45} = \frac{4}{\sin 15}$$

$$x = \frac{4\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{4}} = 8\sqrt{2}$$



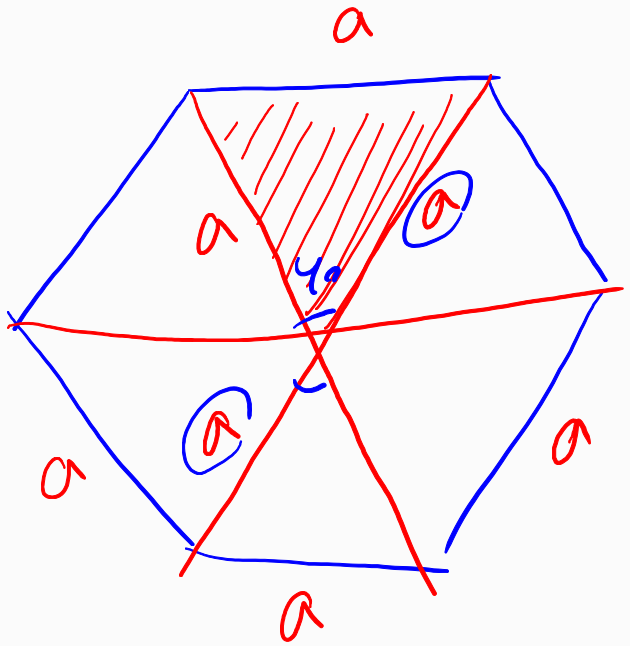
نکته: اگر معلوم و مجهول داخل یک مثلث باشد ← ۱ ضربدری بزن

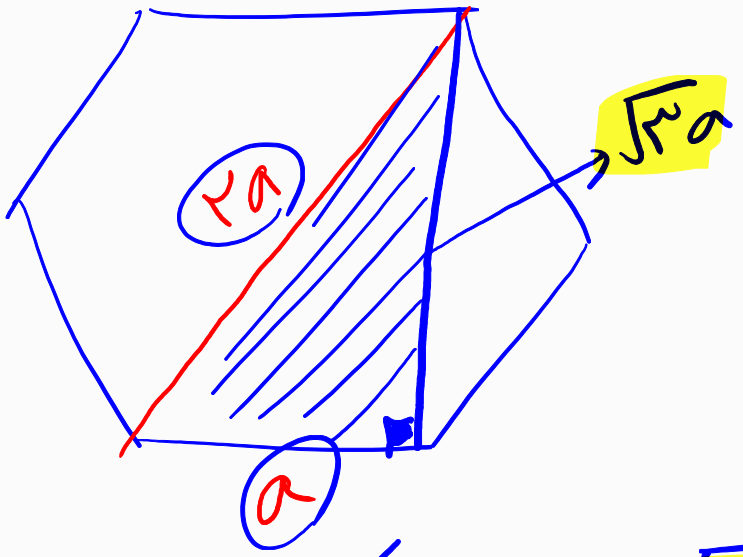
۲ ← ۲

$$\frac{8\sqrt{2}}{\sin 90} = \frac{h}{\sin 60}$$

$$h = 8\sqrt{2}\,\frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{6}$$

می‌توانم شکست را بپذیرم
اما تلاش نکردن را هرگز!
مایکل جردن





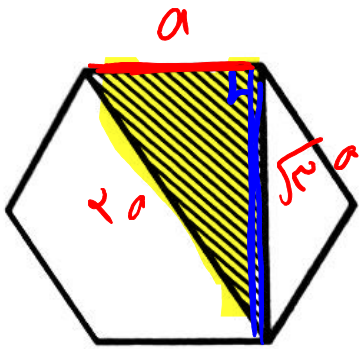
$4a^2 = a^2 + ?$

حلقه کوچک $= \sqrt{3}\,a$

حلقه بزرگ $= 2a$

مساحت شش ضلعی $= 6$ (مثلث) $= 6\left(\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\right)$

۲۸) مساحت شش ضلعی منتظم موجود در شکل زیر $18\sqrt{3}$ است. مساحت ناحیه هاشور خورده چقدر است؟

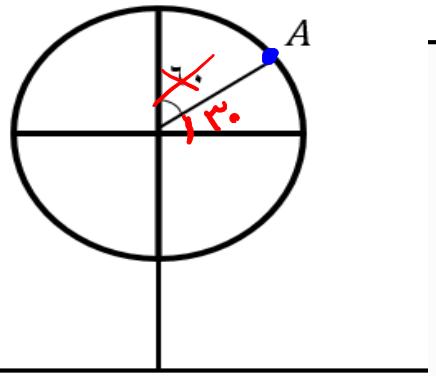


$$18\sqrt{3} = 6\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \qquad a = 12$$

$$S = \frac{(\sqrt{3}a)(a)}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}(12) = 6\sqrt{3}$$

۲۹) چرخ و فلکی به شعاع ۲۰ متر روی پایه ای به طول ۸ متر مطابق شکل قرار گرفته است.
فاصله نقطه **A** از سطح زمین چقدر است؟

1) 38 　2) $28\sqrt{3}$ 　3) $28 + 10\sqrt{3}$ 　4) 40

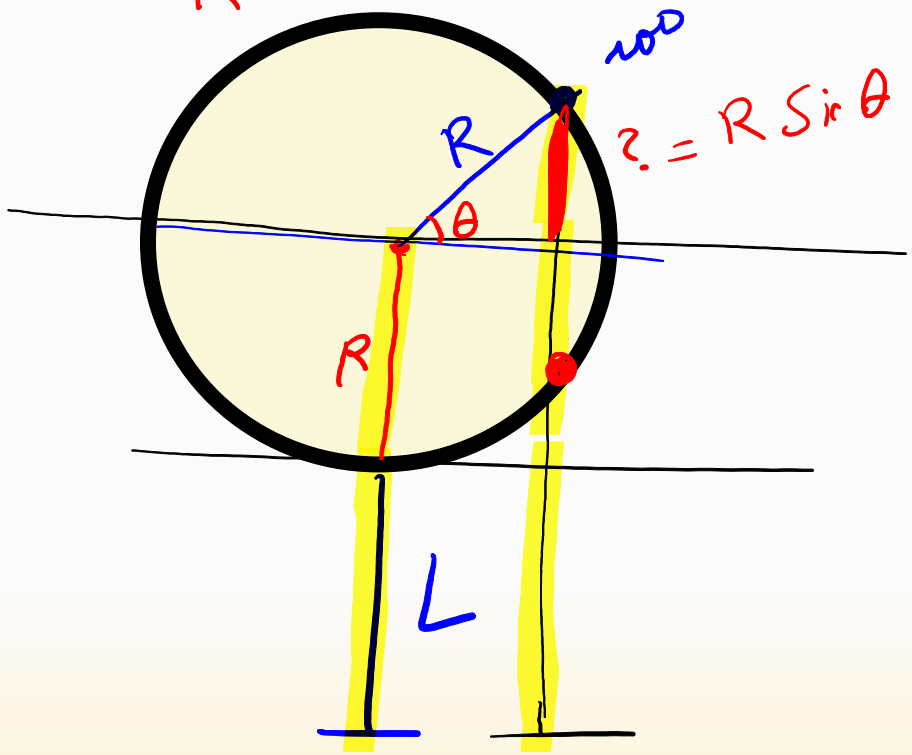


$h_{کل} = L + R \pm R\sin\theta$

$h_{کل} = ۸ + ۲۰ + ۲۰\sin(۳۰) = ۲۸$

فاصله از زمین $= L + R \pm R \sin\theta$

$\sin\theta = \frac{?}{R}$

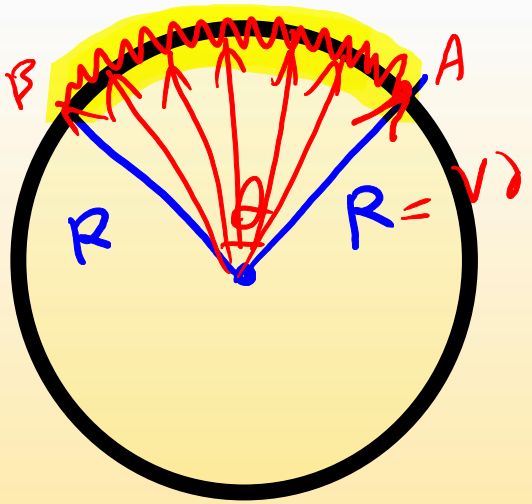


۳۰- طول برف پاکن یک اتومبیل **۷۵** سانتی متر است اگر این برف پاکن در هر حرکت کامل زاویه **۱۲۰** درجه را طی کند مسافتی که انتهای تیغه آن در هر حرکت می پیماید تقریباً چند سانتی متر است؟

$\pi = 3/14$

۱) ۱۵۷ ۲) ۷۸/۵ ۳) ۱۰۴/۷ ۴) ۱۲۰

مسافت دایره‌ای = طول کمان = $R.\theta$ (رادیان) $= ۷۵ \cdot \frac{۲\pi}{۳} = ۵۰\pi = ۱۵۰ \times ۳/۱۴ = ۱۵۷$



$\frac{\text{رادیان}}{\pi} = \frac{\text{درجه}}{۱۸۰}$ → رادیان $= \frac{۲\pi}{۳}$

تا اخرش کنارتم
مهدی شاکریان